Bestemmelse af Varmegrader i absolut Maal.

Af **L. Lorenz.**

Et af den nyere Tids vigtigste Midler til uafhængig af alle fysiske Hypotheser at opklare Forbindelsen imellem de forskjellige Kræfter er Bestemmelsen af de af disse Kræfter afhængige Størrelser ved samme absolute Enheder, men medens det absolute Maal er gjennemført i Læren om Magnetisme og Elektricitet, saa har hidtil Varmegraden kun været bestemt paa en vilkaarlig Maade, og herved er saa at sige Traaden, som forbinder Varmen med de øvrige fysiske Kræfter, overskaaren. Det er derfor Hensigten med nærværende Undersøgelse ad ren empirisk Vej at begrunde en Definition af den absolute Varmegrad og at vise dennes Anvendelse til nærmere at belyse det Slægtskab, hvori Varme og Elektricitet staae til hinanden.

De af Gauss og Weber indførte absolute Enheder, som ogsaa skulle benyttes i det følgende, ere Millimeteren som Længdeenhed, Sekundet som Tidsenhed og Milligrammet som Masseenhed. Med disse Enheder er som bekjendt den elektromagnetiske Enhed for Strømstyrke defineret som Styrken af den Strøm, der, omkredsende Fladeenheden, virker paa en Magnetpol som en uendelig lille Magnet, hvis Moment er 1. Weber har endvidere som Enhed for Elektricitetsmængde valgt Mængden af positiv Elektricitet, som i Tidsenheden bevæges i positiv Retning i en elektrisk Strøm, hvis Styrke er Enheden, hvorved da er forudsat, at der samtidig gaaer den samme Mængde negativ Elektricitet i modsat Retning. Vi ville imidlertid i det følgende, hvad der vistnok ogsaa nu er bleven det sædvanligste, som Enhed for Elektricitetsmængde betragte den uden Hensyn til Fortegnet tagne Sum af de to i modsatte Retninger gaaende positive og negative Elektricitetsmængder, som i Tidsenheden gaae igjennem en Ledning, hvori Strømstyrken er 1.

Den absolute Varmeenhed er bestemt som den med den absolute Arbejdsenhed ækvivalente Varmemængde. Vil man nu definere en Varmegrad som den Temperaturforøgelse en absolut Varmeenhed frembringer ved at meddeles til Masseenheden af Vand, saa er endnu Varmegraden dog kun vilkaarlig bestemt, da den er afhængig af det valgte Stofs, Vandets, fysiske Natur. Vælger man derimod istedenfor en vis Masse Vand et vist Antal Atomer af et Grundstof, saa vil ifølge Dulong og Petit's Lov den Opvarming, en given Varmemængde frembringer i disse, være uafhængig af Stoffets Natur, og der bliver da kun tilbage, nærmere at fastsætte det Antal Atomer, som bør vælges.

Den nævnte Lov gjælder vel ikke ganske nøjagtig for de faste Grundstoffers Vedkommende, men Afvigelserne have dog fundet en naturlig Forklaring deri, at Varmen her ikke alene bliver anvendt til Opvarming, men ogsaa til at udføre et indre molekulært Arbejde. Derimod er Loven vistnok nøjagtig gjældende for alle de Luftarter, hvor man kan antage, at intet af den meddelte Varme medgaaer til indre Arbejde. Varmetab til ydre Arbejde kan undgaaes ved at opvarme Luften ved et konstant Rumfang.

Ifølge Regnault er ved konstant Tryk Varmefylden

for Kvælstof,	Ilt,	Brint
0,24380,	0,21751,	3,40900.

Der udfordres altsaa til under konstant Tryk at opvarme

14^{mgr} Kvælstof,	16^{mgr} Ilt,	1^{mgr} Brint
3,41320,	3,48016,	3,40900

relative Varmeenheder (1^{mgr} Vand 1 C°). Disse tre Tal, hvoraf især det første og det sidste komme hinanden meget nær, vise overensstemmende med Dulong-Petits Lov, at der udfordres den samme Varmemængde til ved samme konstante Tryk at opvarme samme Rumfang og altsaa ogsaa, som vi antage, det samme Antal Atomer af de anførte Luftarter 1 Grad.

Ved konstant Rumfang bliver disse Luftarters Varmefylde 1,40 (ifølge tidligere Bestemmelser af Lydens Hastighed i Luften 1,41 og ifølge Regnault's nyere Bestemmelse 1,3945) Gange mindre, og tages for de ovenfor staaende tre Tal Middeltallet af de to, som nærmest stemme overens (for Kvælstof og Brint), nemlig

$$3{,}4111,$$

saa erholdes

$$2{,}436 \text{ Varmeenheder } (1^{mgr} \text{ Vand } 1 \text{ C}^\circ)$$

som den Varmemængde, der udfordres til at opvarme ved konstant Rumfang saa mange Atomer af en permanent Luftart 1 C°, som der findes i 1^{mgr} Brint.

Den her benyttede relative Varmeenhed kan let udtrykkes i absolute Arbejdsenheder, og bestemt i dette Maal ville vi betegne den ved A. Den nævnte Varmeenhed er nemlig ækvivalent med et Arbejde af 433 Milligrammeter, og da Vægten af et Milligram er 9806 absolute Enheder, nemlig Tyngdens Akceleration udtrykt i Millimeter, saa er

$$A = 425 \,.\, 10^7 \text{ absolute Enheder.}$$

Til at opvarme 1^{mgr} Brint 1 C° ved konstant Rumfang udfordres altsaa

$$2{,}436\, A = 1035 \,.\, 10^7 \text{ absolute Enheder.}$$

Ligesom der medgaaer en bestemt Varmemængde til at opvarme det samme Antal Atomer af forskjellige Grundstoffer en Grad, saaledes udfordres der ifølge Faraday's elektrolytiske Lov ligestore Elektricitetsmængder til at udskille ækvivalente Mængder af en Elektrolyt. Da imidlertid ikke altid ækvivalente Mængder svare til det samme Antal Atomer, er det her nødvendigt at vælge en bestemt Typus eller Norm for Elektrolysen.

Som saadan betragter jeg Elektrolysen af de efter Formlen $R\,Cl\,(Br,\,I)$ sammensatte Stoffer, dels fordi der her udskilles lige mange Grundstofatomer ved begge Elektroder, dels ogsaa fordi vi her have det største Antal Grundstofatomer, som ved samme Elektricitetsmængde kan udskilles af nogen Elektrolyt. Alle Afvigelser fra den antagne Norm maa da betragtes som fremkomne ved sekundære Virkninger af de kemiske Kræfter. Medens altsaa for Exempel Elektrolysen af stærk Saltsyre betragtes som normal, bliver Vandets Adskillelse en Afvigelse, som man maaskee kunde forklare ved at antage, at to Atomer Ilt i Luftform forene sig til et Dobbeltatom.

I et Voltameter udvikles i Tidsenheden af en elektrisk Strøm med Enhed af Strømstyrke $^1/_{960}{}^{\mathrm{mgr}}$ Brint*). Den samme Strøm vil af stærk Saltsyre udskille samme Vægt Brint og lige saa mange Atomer Chlor, altsaa ved begge Elektroder lige saa mange Grundstofatomer, som der findes i $^1/_{480}{}^{\mathrm{mgr}}$ Brint. Til at opvarme det samme Antal Atomer 1 C° ved konstant Rumfang udkræves ifølge det ovenfor fundne

$$\frac{2{,}436}{480}\,A = 0{,}005075\,A = 216\,.\,10^5 \text{ abs. Enh.}$$

Vi kunne nu definere en Varmegrad i absolut Maal ved den Temperaturforøgelse, som Arbejdsenheden ved fuldstændig og udelukkende at forvandles til Varme frembringer i det samme Antal Grundstofatomer, som Elektricitetsenheden normalt udskiller af en Elektrolyt.

Denne Temperaturforøgelse er ifølge ovenstaaende

$$\frac{1}{216\,.\,10^5} \text{ Centigrad,}$$

*) Jfr. Wiedemanns «die Lehre vom Galvanismus», 2 Th. S. 917 o. f.

og altsaa er ifølge den givne Definition

$$1 \text{ Centigrad} = 0{,}005075\, A = 216 \,.\, 10^5 \text{ abs. Enh.}$$

Foruden den Forbindelse imellem Varme og Elektricitet, som er udtrykt ved Dulong og Petit's Lov og ved Faraday's elektrolytiske Lov, og som vi nu have benyttet til Fastsættelsen af en Definition af den absolute Varmegrad, er der ogsaa en anden Forbindelse tilstede, som har faaet sit første Udtryk ved den af Wiedemann og Franz angivne Lov, hvorefter Ledningsevnen for Varme og Elektricitet skulde staae i det samme Forhold til hinanden for de forskjellige Metaller. Det har imidlertid ved senere Undersøgelser vist sig, at dette Forhold forandrer sig med Temperaturen, og at Loven derfor i sin oprindelige Form ikke kan være fuldstændig gyldig, men trænger til en Modifikation.

Varmens Indflydelse paa den elektriske Ledningsevne har været undersøgt af flere Fysikere, som Lenz, Becquerel, Arndtsen, men navnlig er der ved en Række Bestemmelser af Matthiessen og v. Bose*), som undersøgte Ledningsevnen af 10 forskjellige rene Metaller, nemlig Sølv, Kobber, Guld, Zink, Cadmium, Tin, Bly, Arsenik, Antimon, Vismuth, fremgaaet det mærkelige Resultat, at Formindskelsen af den elektriske Ledningsevne ved en Opvarming fra 0° til 100 C° er den samme, nemlig i Gjennemsnit 29,307 Procent, for alle de nævnte Metaller. Ledningsmodstanden voxer altsaa ved den samme Temperaturforøgelse 41,46 Procent, det er, i et lidt stærkere Forhold end Temperaturforøgelsen (36,6 Procent), naar Temperaturen regnes fra det absolute Nulpunkt (— 273° C). Senere have Matthiessen og Vogt**) fundet, at blandt de rene Metaller danner Jern en Undtagelse, idet Ledningsevnen her kan aftage indtil over 38 Procent.

Over Temperaturens Indflydelse paa Varmeledningsevnen

*) Pogg. Ann. 115, S. 353.
**) Pogg. Ann. 118, S. 431.

har der kun været anstillet faa Forsøg, men det maa dog bemærkes, at alle ældre Forsøg over Ledevarmen stemme godt overens med den tidligere Antagelse, at Ledningsevnen er uafhængig af Temperaturen. Ångström *) har for to Kobberstænger, som dog sandsynligvis ikke vare af fuldkommen rent Kobber, fundet en Aftagen af Varmeledningsevnen af 15 og 21 Procent mellem 0° og 100 C°, og for Jern 28,7 Procent, medens Forbes **) for Smedejern har fundet en Aftagen af imellem 15,7 og 22,3 Procent.

Lægge vi altsaa Mærke til, at den elektriske Ledningsevne for de forskjellige rene Metaller meget nær er omvendt proportional med Temperaturen, regnet fra det absolute Nulpunkt, medens deres Varmeledningsevne mere nærmer sig til at være konstant, og at Afvigelserne ved begge Arter af Ledningsevne gaae i samme Retning, saa synes der i de foreliggende Kjendsgjerninger, saa nær som vi kunne vente det, at ligge den Lov, at Forholdet imellem et rent Metals Ledningsevne for Varme og Elektricitet er proportional med Temperaturen, regnet fra det absolute Nulpunkt.

Dette Forhold maa imidlertid aabenbart blive mer eller mindre forandret i forskjellige Tilfælde. Er saaledes Metallet ikke ensartet eller indeholder det Indblandinger af fremmede Metaller, overhovedet i Tilfælde, hvor der ved en ulige Opvarming kan fremkomme thermoelektriske Strømme i Legemets Indre, der vil sandsynligvis Varmeledningsevnen blive forøget eller i ethvert Tilfælde Forholdet imellem de to Arter Ledningsevne blive forandret. Det samme maa uden Tvivl i høj Grad være Tilfældet, naar Varmen kan forplante sig som Straalevarme i Legemets Indre, og man maa i denne Forplantning søge Grunden til, at Varmeledningsevnen for alle gjennemsigtige og gjennemskinnende, overhovedet for alle ikke metalliske Legemer,

*) Öfversigt af K. Vetensk. Förhandl. 1862. Pogg. Ann. 118, S. 423.
**) Edinb. Trans 1862—64.

øjensynligt er langt større end den, som vilde svare til deres elektriske Ledningsevne. Endelig maa for flydende Legemer Forholdet forandres ved Delenes Bevægelighed. Opvarmes saaledes en Vædskesøjle fra neden, vil denne Bevægelighed selvfølgelig forøge den iagttagne Varmeledningsevne, og opvarmes den fra oven, vil der heller ikke ganske kunne undgaaes Strømninger i Vædskens Indre. Enhver Del af Vædsken i det samme horizontale Tværsnit vil nemlig ikke nøjagtig kunne have den samme Temperatur, de koldere Dele ville da synke nedad, de varmere stige tilvejrs henimod Varmekilden, og Varmeledningsevnen maa derfor nu ved Delenes Bevægelser blive formindsket.

Det maa altsaa fastholdes, at Loven, hvis den overhovedet er gjældende, sandsynligvis kun kan være absolut gyldig for de rene, ensartede og faste Metaller. Strængt taget vil endog allerede en ulige Opvarming gjøre Metallet uensartet og vil kunne foranledige thermoelektriske Strømme.

Jeg skal nu søge af de foreliggende Iagttagelser at bestemme Forholdet imellem Metallernes Ledningsevne for Varme og Elektricitet i absolute Enheder. Der vil da heraf fremgaae det mærkelige Resultat, at dette Forhold for et rent, ensartet og fast Metal netop er lig med Temperaturen, regnet fra det absolute Nulpunkt (—273° C) i de ovenfor bestemte absolute Enheder.

For at kunne bestemme Varmeledningsevnen i absolut Maal maae vi vide, hvor stor en Varmemængde der gaaer igjennem hver Fladeenhed af en Plade med given Tykkelse og ved en given Varmegradsforskjel paa de to Sider af Pladen. Ældre Forsøg herover have af let paaviselige Grunde ført til uoverensstemmende og meget for lave Resultater, og vi kunne derfor kun benytte de nyere, af Ångström, Forbes og Neumann udførte Forsøg, som temmelig nær stemme overens indbyrdes, uagtet disse tre Iagttagere have udført deres Forsøg uafhængig af hinanden og paa meget forskjellige Maader. Vi ville foreløbig benytte de af Ångström valgte Enheder: Centimeter, Minut, Centigrad og som Varmeenhed 1 Gram Vand 1 C°.

Ångström *) fandt Varmeledningsevnen for

Kobber . . .	58,94	ved 0° C
— . . .	61,63	— —
Jern	11,927	— —
Qviksølv . .	1,061	ved 50° C.

Den sidste Bestemmelse udførtes med en i et Glasrør indesluttet Kviksølvsøjle, som opvarmedes fra oven.

Forbes fandt i de ovenfor omtalte Forsøg for

Jern . . .	12,36	ved 0° C
— . . .	12,42	— —
— . .	9,21	— —

Neumann **) bestemte Varmeledningsevnen af 5 forskjellige Metalstænger og tillige relativt ved indbyrdes Sammenligning deres elektriske Ledningsevne. Idet denne for Sølv sattes lig 100, antoges den for Kobber lig 73,3. Resultaterne vare med de ovenfor benyttede Enheder

	Varmeledningsevne	elektrisk Ledningsevne	q
Kobber . . .	66,48	73,3	0,907
Messing . . .	18,12	17,9	1,012
Zink	18,43	21,1	0,873
Nysølv . . .	6,566	6,45	1,018
Jern	9,824	10,2	0,963

Forholdet imellem Varmeledningsevnen og den elektriske Ledningsevne, som er betegnet ved q, er størst for Messing og Nysølv, hvilket sandsynligvis ikke er tilfældigt, men snarere en Følge af, at de ikke ere rene Metaller. Ligeledes erholdes i Overensstemmelse med det ovenfor udviklede et afvigende,

---

*) Pogg. Ann. Bd. 118, S. 423 og Bd. 123, S. 628.
**) Ann. de chim. 1862, S. 183.

utvivlsomt for lavt Resultat for Kviksølv, for hvilket Metal man af Ångströms Forsøg finder $q = 0,655$, naar Qviksølvets elektriske Ledningsevne ved 50° C antages lig 1,62.

Middelværdien af Qvotienten q for Kobber, Zink og Jern er efter Neumanns Forsøg 0,914. Om dette Tal i Henhold til de andre Forsøg bør gjøres større eller mindre, er vanskeligt at afgjøre; da imidlertid Varmeledningsevnen i Neumanns Forsøg ikke er reduceret til 0° C, maa q af denne Grund antages lidt mindre. Saaledes turde vistnok

$$q = 0{,}90 \text{ ved } 0° \text{ C}$$

være det Resultat, som med størst Sandsynlighed lader sig uddrage af de foreliggende Forsøg.

Den saaledes bestemte Værdi af q er altsaa i de af Ångström benyttede Enheder Varmeledningsevnen af et Metal, hvis elektriske Ledningsevne er 1, naar Sølvets sættes lig 100. Igjennem hver Kvadrat millimeter af en Plade med Varmeledningsevnen q, og hvis Tykkelse er 1^{mm}, gaaer i hvert Sekund

$$q \cdot \frac{1}{100} \cdot 10 \cdot \frac{1}{60} = \frac{q}{600}$$

relative Varmeenheder (1^{gr} Vand 1 C°) ved en Temperaturforskjel af 1 C° paa Pladens to Sider. Da den her benyttede Varmeenhed er lig 1000 A, og da vi have fundet 1 C° udtrykt i absolute Enheder lig 0,005075 A, saa vil den til q svarende absolute Varmeledningsevne, som vi ville betegne ved k_1, være bestemt ved

$$k_1 = \frac{q}{600} \cdot \frac{1000\,A}{0{,}005075\,A} = 328{,}4\,q.$$

Heraf sees, at Reduktionsfaktoren, hvorved Varmeledningsevnen fra Ångströms Enheder reduceres til absolut Maal, er uafhængig af A.

Med den ovenfor antagne Værdi af q er nu

$$k_1 = 296.$$

Betegnes den tilsvarende absolute elektriske Ledningsevne ved $\varkappa_1$, saa skulde denne ifølge den angivne Lov være bestemt ved

$$\frac{k_1}{\varkappa_1} = T,$$

naar T er den fra det absolute Nulpunkt og i absolute Enheder beregnede Temperatur. For Vandets Frysepunkt er $T = 273 . 1$ C°, og naar Centigraden udtrykkes i absolute Enheder

$$T = 1{,}385\ A = 589\ .\ 10^7,$$

hvoraf følger

$$\frac{1}{\varkappa_1} = 0{,}00468\ A = 1{,}99\ .\ 10^7.$$

Ville vi nu heraf beregne den absolute Ledningsmodstand af en Siemens Enhed (en Qviksølvsøjle, 1 Meter lang, 1 Qvadratmillimeter i Tværsnit, ved 0° C), maae vi kjende Forholdet imellem Sølvets og Qviksølvets specifike Ledningsevne, men dette Forhold forandrer sig temmelig meget med Sølvets fysiske Tilstand, og selv om man, hvilket vistnok er det sædvanligste, vælger Sølvet i Tilstand af haardtrukken Sølvtraad, kan man dog ikke opnaae nogen stor Nøiagtighed ved Bestemmelsen af dette Forhold. I Wiedemanns «die Lehre vom Galvanismus» (1ste Del S. 181) findes Tallene 1,739 (E. Becquerel), 1,7 (Lamy), 1,63 (Matthiessen) for Qviksølvets Ledningsevne, naar Sølvet sættes lig 100. Matthiessen*) har senere angivet Tallet 1,65 og Siemens**) Bestemmelser give 1,72 og 1,78. Disse Tal gjælde for 0° C.

Vi ville i Henhold hertil antage Qviksølvets Ledningsevne ved 0° C lig 1,72, hvorved dets Ledningsmodstand ifølge ovenstaaende Beregning i absolut Maal vilde blive

$$\frac{1}{1{,}72\ \varkappa_1} = 0{,}00272\ A = 1{,}16\ .\ 10^7.$$

Heraf følger, naar Siemens Modstandsenhed udtrykt i absolut Maal betegnes ved S,

$$S = 2{,}72\ A = 1{,}16\ .\ 10^{10}.$$

*) Pogg. Ann. Bd. 114, S. 314. Jvf. B. 116, S. 377.
**) Pogg. Ann. B. 110, S. 18.

Dette Resultat ville vi nu sammenligne med de direkte absolute Maalbestemmelser af Siemens Modstandsenhed, som ere udførte dels ved Hjælp af inducerede Strømme, dels ved den af en konstant Strøm i en Leder udviklede Varmemængde. Ved den første Methode har Weber*) fundet

$$S = 1{,}0257 \,.\, 10^{10},$$

medens den af British Association nedsatte Komité**) fandt som Middel

$$S = 0{,}964 \,.\, 10^{10}.$$

En lille af Matthiessen***) angiven Korrektion, hvorved begge disse Værdier vilde blive 0,3 Procent lavere, er her uden Betydning.

Disse Bestemmelser afvige saaledes ikke meget fra den ovenfor af Varmeledningsevnen beregnede Værdi af S, men de ere dog begge noget lavere. Man kunde nu vel søge Grunden til denne Afvigelse i den mindre skarpe Bestemmelse, vi endnu have af Metallernes Varmeledningsevne, navnlig i Forhold til deres elektriske Ledningsevne, men jeg troer dog, at Grunden til Afvigelsen ligger paa et andet Sted.

Allerede den i Forhold til den Nøjagtighed, hvormed Forsøgene have været anstillede, store Forskjel i de af Weber og den nævnte Komité fundne Resultater, en Forskjel, som i Virkeligheden beløber sig til 8 Procent, tyder paa Fejl, som ikke kunne henføres til tilfældige Iagttagelsesfejl, men som snarere maa tilskrives en ufuldstændig Theori. Det maa da bemærkes, at Forsøgene have været udførte med Induktionsstrømme af foranderlig Strømstyrke, men det turde for Tiden utvivlsomt fremgaae som Resultat af forskjellige saavel theoretiske som experimentale Undersøgelser, at vi endnu kun kjende Theorien af de foranderlige inducerede Strømme i dens Hoved-

*) Abh. d. k. Ges. d. Wiss. zu Göttingen 1862.

**) Reports of the 33 meeting of the B. Ass. 1863. Jenkin: Pogg. Ann. B. 126, S. 369.

***) Pogg. Ann. B. 125, S. 497.

træk, og at dens Resultater kun kunne betragtes som en første Tilnærmelse. Man maa derfor, trods den store Omhyggelighed, hvormed de anførte Maalinger have været udførte, ikke tillægge dem nogen altfor stor Vægt.

Bestemmelsen af den elektriske Ledningsmodstand ved Hjælp af den Varmeudvikling, som en konstant elektrisk Strøm frembringer i en Leder, er i theoretisk Henseende langt mere simpel og sikker end Induktionsmethoden, saaledes som denne hidtil har været anvendt. Heldigvis have vi en stor, med Omhyggelighed udført og beregnet Forsøgsrække af v. Qvintus Icilius*), hvorved denne Fysiker har bestemt den Varmeudvikling, som en given Strømstyrke frembringer i Sekundet i forskjellige Kobber- og Platintraade, hvis elektriske Ledningsmodstand var bestemt ved Sammenligning med en af Weber i absolute Enheder maalt Etalon. Betegnes ved V det Antal relative Varmeenheder (1^{mgr} Vand 1 C°), som ved Strømstyrken s fremkommer i hvert Sekund i en Siemens Modstandsenhed, saa erholdes ved disse Forsøg Bestemmelsen af Konstanten a i Ligningen

$$V = as^2 \,.\, 1{,}0257 \,.\, 10^{10},$$

naar vi med Qv. Icilius benytte Webers Bestemmelser af elektrisk Ledningsmodstand, medens vi med den tidligere Betydning af A som det absolute Arbejdsækvivalent for den relative Varmeenhed (1^{mgr} Vand 1 C°) og af S som den absolute Værdi af Siemens Modstandsenhed have

$$A\,V = s^2\,S.$$

Af disse to Ligninger følger

$$S = a A \,.\, 1{,}0257 \,.\, 10^{10}.$$

I de nævnte Forsøg benyttedes tre forskjellige Vædsker i Kalorimetret, nemlig Vand, Alkohol og Terpentinolie. Den første Vædske havde det Fortrin fremfor de to andre, at den gav Varmemængden umiddelbart i de valgte Varmeenheder, men paa

*) Pogg. Ann. B. 101, S. 69.

den anden Side kan man herved ikke undgaae en lille Fejl paa Grund af Vandets større Ledningsevne for Elektricitet, hvorved den iagttagne Varmeudvikling og dermed ogsaa Konstanten a maa blive lidt for lille. Forsøgene med Alkohol viste paa Grund af Alkoholens Flygtighed en saa ringe Overensstemmelse indb yrdes, at de maae lades ude af Betragtning.

Som Middel af 28 Forsøg med Vand erholdes

$$a = 2{,}543 \;.\; 10^{-10},$$

og af 10 Forsøg med Terpentinolie

$$a = 2{,}652 \;.\; 10^{-10}.$$

I disse to Værdier af a er der ikke større Forskjel end den, man kunde vente sig paa Grund af Vandets større Ledningsevne, og man maa derfor antage det sidste Tal som det, der med størst Sandsynlighed kan udledes af Qv. Icilius' Forsøg. Med denne Værdi af a erholdes

$$S = 2{,}720\, A = 1{,}16 \;.\; 10^{10},$$

altsaa nøjagtig den samme Værdi for Siemens Modstandsenhed i absolut Maal som vi ovenfor havde udledet af Metallernes Varmeledningsevne. At det iøvrigt netop bliver nøjagtig den samme Værdi, maa selvfølgelig betragtes som en Tilfældighed.

Ogsaa ad en anden Vej erholde vi en Stadfæstelse af Rigtigheden af den her fremsatte Lov, idet vi ville finde, at der ved denne Lov fremtræder den nøjeste Overensstemmelse imellem Lovene for Energiens Forplantning i Metallerne, hvad enten denne Forplantning skeer ved Varmens eller ved Elektricitetens Bevægelse.

Der forstaaes ved Energi enhver Størrelse, som lader sig maale ved Arbejdsenheder. Vi betragte kun her Energiens Forplantning ved Varme og Elektricitet, forsaavidt den i begge Tilfælde skeer ved Ledning, saaledes at vi altsaa see bort fra Varmens Forplantning i Legemernes Indre ved Straaling og ved thermoelektriske Strømme, ligesom vi for Elektricitetens Vedkommende afsee fra Forplantningen ved Induktion og thermoelektriske Strømme.

Betegnes ved Q den i Enhed af Rumfang tilstedeværende Energi i et Legeme, saa er Tilvæxten $\frac{dQ}{dt}dt$, som Q ved Varmeledning modtager i Form af Varme i Tidselementet dt, som bekjendt bestemt ved

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{d}{dx} k \frac{dT}{dx} + \frac{d}{dy} k \frac{dT}{dy} + \frac{d}{dz} k \frac{dT}{dz}, \tag{1}$$

hvor T er Temperaturen og k Varmeledningsevnen, der i Almindelighed maa betragtes som en Funktion af Temperaturen.

Sættes heri, ifølge den ovenfor fremsatte Lov,

$$k = \varkappa T,$$

idet $\varkappa$ er den elektriske Ledningsevne, erholdes

$$2\frac{dQ}{dt} = \frac{d}{dx} \varkappa \frac{dT^2}{dx} + \frac{d}{dy} \varkappa \frac{dT^2}{dy} + \frac{d}{dz} \varkappa \frac{dT^2}{dz}, \tag{2}$$

i hvilken Ligning vi tænke os alle Størrelser udtrykte i absolute Enheder.

Da Energitilvæxten her fremtræder alene i Form af Varme, staaer den i et bekjendt, af Legemets Vægtfylde og Varmefylde afhængigt Forhold til Temperaturtilvæxten, og Ligningen angiver derfor fuldstændigt Loven for Varmens Forplantning ved Ledning.

Ere i et Punkt x, y, z af et Legeme den elektriske Strømtæthеds Komposanter u, v, w, og er $\varkappa$ den elektriske Ledningsevne, saa vil den af Rumfangselementet $dx\,dy\,dz$ i Tidselementet dt modtagne Varmemængde ifølge Joules Lov være

$$\frac{u^2 + v^2 + w^2}{\varkappa}\,dx\,dy\,dz\,dt.$$

Indeholder dette Rumfangselement tillige Elektricitetsmængden $\varepsilon\,dx\,dy\,dz$, og er den elektriske Spænding (Potentialet) sammesteds P, saa modtager paa samme Tid Elementet Energien

$$P\frac{d\varepsilon}{dt}\,dx\,dy\,dz\,dt$$

i Form af Elektricitet. Naar altsaa Q ligesom før betegner den i Rumfangsenheden tilstedeværende Energi, saa er Tilvæxten

$\frac{dQ}{dt}\,dt$, som skyldes Elektricitetens Bevægelse og som fremtræder baade i Form af Varme og af Elektricitet, bestemt ved

$$\frac{dQ}{dt} = P\frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{u^2 + v^2 + w^2}{\varkappa}. \tag{3}$$

Tillige er, idet vi see bort fra den ved Induktion opstaaede Elektricitet, ifølge Ohms Lov

$$u = -\varkappa\frac{dP}{dx},\quad v = -\varkappa\frac{dP}{dy},\quad w = -\varkappa\frac{dP}{dz}, \tag{4}$$

hvortil kommer den Kirchhoff'ske Ligning

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = -\left(\frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} + \frac{dw}{dz}\right). \tag{5}$$

Altsaa er

$$\frac{dQ}{dt} = -P\left(\frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} + \frac{dw}{dz}\right) - \left(u\frac{dP}{dx} + v\frac{dP}{dy} + w\frac{dP}{dz}\right),$$

hvoraf følger

$$\frac{dQ}{dt} = -\left(\frac{duP}{dx} + \frac{dvP}{dy} + \frac{dwP}{dz}\right). \tag{6}$$

Hvis der ved Elektricitetens Forplantning fremkommer elektromotoriske Kræfter i Legemets Indre (Thermoelektricitet), saa er for alle Elementer, hvori disse fremkomme, hverken Joules eller Ohms Lov gjældende. Alligevel synes ogsaa i dette Tilfælde den sidste Ligning at bevare sin Gyldighed, idet den stemmer overens med den Erfaring, at en konstant Strøm, som gjennem et Tværsnit af en Ledning gaaer over fra en mindre til en større elektrisk Spænding, her frembringer en Absorbtion af Varme, som er proportional med Strømstyrken og med Tilvæxten i Spænding.

Vi see imidlertid her bort fra mulige thermoelektriske Strømme i Legemets Indre og erholde da af den sidste Ligning ved Hjælp af Ligningerne (4)

$$2\frac{dQ}{dt} = \frac{d}{dx}\varkappa\frac{dP^2}{dx} + \frac{d}{dy}\varkappa\frac{dP^2}{dy} + \frac{d}{dz}\varkappa\frac{dP^2}{dz}. \tag{7}$$

Ved at sammenholde denne Ligning med Ligning (2) seer man, at Lovene for Energiens Forplantning ved Elektricitetsledning og ved Varmeledning ganske have samme Form; den positive eller negative elektriske Spænding og Temperaturen regnet fra det absolute Nulpunkt komme til at svare til hinanden og blive, naar man vælger det her foreslaaede absolute Maal for Centigraden, at maale med de samme Enheder. Et Legeme vil ifølge disse Ligninger i ethvert Element af sit Rumfang modtage den samme Energitilvæxt, hvad enten det er uelektrisk og har en paa forskjellige Steder forskjellig absolut Temperatur T, eller det er ensformig opvarmet og har en elektrisk Spænding $\pm P$, hvis numeriske Værdi i ethvert Punkt er lig T. Herved er dog tillige forudsat, at $\varkappa$ i begge Tilfælde har uforandret den samme Værdi, hvilket kun tilnærmelsesvis er rigtigt. I det næste Øjeblik bliver derimod Forholdet væsentlig forandret, idet Energitilvæxten i det elektriske Legeme fremtræder i Form af Varme og ikke som elektrisk Spænding.

Derfor er heller ikke Loven for Elektricitetens Forplantning bestemt ved Ligning (7), som alene kan tjene til at bestemme Energitilvæxten, medens derimod, som vi have seet, Loven for Varmens Forplantning er bestemt alene ved Ligning (2). Naar Elektriciteten vedvarende, paa en uforanderlig Maade bevæger sig igjennem et Legeme — og det er kun dette Tilfælde vi her kunne behandle, da vi ikke tage inducerede Strømme med i Beregning — saa er Elektricitetsmængden ε til enhver Tid den samme, og Ligning (5) vil da blive

$$0 = \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} + \frac{dw}{dz},$$

hvilken Ligning i Forbindelse med Ligningerne (4) giver

$$\frac{d}{dx}\varkappa\frac{dP}{dx} + \frac{d}{dy}\varkappa\frac{dP}{dy} + \frac{d}{dz}\varkappa\frac{dP}{dz} = 0. \qquad (8)$$

Det er altsaa af denne Ligning i Forbindelse med de nødvendige Grændsebetingelser, at den elektriske Spænding bliver at bestemme.

Elektricitetens Bevægelse er her antagen permanent, og for at dette fuldstændig kan blive Tilfældet, maa den udviklede

Varme, i hvilken Form Energitilvæxten her udelukkende fremtræder, bortledes. Vi ville nu, for at gjennemføre Analogien imellem elektrisk Spænding og Temperatur videre, tænke os de tilsvarende Forudsætninger overførte paa Varmens Bevægelse i et Legeme; at disse Forudsætninger i Virkeligheden ikke kunne opfyldes, kommer her ikke i Betragtning.

Vi tænke os da et Legeme, hvori Varmens Bevægelse vedligeholdes permanent, og hvori den hele Energi, som Varmen er i Stand til at frembringe i Form af Arbejde ved Overgangen fra en højere til en lavere Temperatur, bortledes paa ethvert Punkt af Legemet og saaledes ikke mere fremtræder i Form af Varme.

Naar man vedvarende tilfører et Legeme i hvert Sekund Varmemængden W ved den absolute Temperatur T og paa samme Tid vedvarende bortleder Varmemængden W_1 ved en lavere Temperatur T_1, saa vil Varmetilstanden vedligeholde sig uforandret, hvis hele Differensen $W - W_1$ forvandles til Arbejde, og man vil ifølge den mekaniske Varmetheori erholde det hele Arbejde, som Varmemængden W er i Stand til at frembringe ved Overgangen fra Temperaturen T til T_1, naar man har

$$\frac{W}{T} = \frac{W_1}{T_1}. \tag{9}$$

Sættes for de tre sammenstødende Flader af et uendeligt lille retvinklet Parallelepipedum

$$\frac{W}{T} = \xi \, dy \, dz + \eta \, dx \, dz + \zeta \, dx \, dy,$$

saa vil man for de tre andre Flader have

$$\frac{W_1}{T_1} = \left(\xi + \frac{d\xi}{dx} dx\right) dy \, dz + \left(\eta + \frac{d\eta}{dy} dy\right) dx \, dz + \left(\zeta + \frac{d\zeta}{dz} dz\right) dx \, dy,$$

og Ligningen (9) vil da give

$$\frac{d\xi}{dx} + \frac{d\eta}{dy} + \frac{d\zeta}{dz} = 0. \tag{10}$$

Her er $T\xi \, dy \, dz$ den gjennem Fladen $dy \, dz$ i Tidsenheden tilledede Varmemængde, men denne er ogsaa, naar k er Varmeledningsevnen, bestemt ved $-k\frac{dT}{dx}dy\,dz$, altsaa er

$$\xi = -\frac{k}{T}\cdot\frac{dT}{dx} = -\varkappa\frac{dT}{dx},$$

og paa samme Maade

$$\eta = -\varkappa\frac{dT}{dy}, \qquad \zeta = -\varkappa\frac{dT}{dz}.$$

Disse Ligninger give i Forbindelse med Ligning (10)

$$\frac{d}{dx}\varkappa\frac{dT}{dx} + \frac{d}{dy}\varkappa\frac{dT}{dy} + \frac{d}{dz}\varkappa\frac{dT}{dz} = 0. \qquad (11)$$

Vi see saaledes, at ved den her tænkte særegne Bevægelse af Varmen, hvor Forudsætningerne ere stillede ganske i Analogi med de i Virkeligheden tilstedeværende Betingelser for Elektricitetens permanente Bevægelse, vilde Temperaturen være at bestemme af den samme Differentialligning som den elektriske Spænding (se Lign. (8)).

Ved Elektricitetens permanente Bevægelse gjennem et Legeme fremkommer Varme, som tilsidst ogsaa, naar Varmen vedvarende afledes paa samme Maade, erholder en permanent Bevægelse. Energitilvæxten, som skyldes baade Elektricitetens og Varmens Bevægelse, vil nu blive Nul i ethvert Element af Legemet, og af Ligningerne (2) og (7) vil man erholde

$$\frac{d}{dx}\varkappa\frac{d(P^2+T^2)}{dx} + \frac{d}{dy}\varkappa\frac{d(P^2+T^2)}{dy} + \frac{d}{dz}\varkappa\frac{d(P^2+T^2)}{dz} = 0, \quad (12)$$

ved hvilken Ligning i Forbindelse med Ligning (8) den elektriske Spænding P og den absolute Temperatur T altsaa blive at bestemme, naar saavel Bevægelsen af Elektriciteten som af Varmen er bleven permanent.

Leder man saaledes Elektricitet igjennem et Legeme, idet man holder en lille Del σ_0 af dets Overflade ved en konstant elektrisk Spænding P_0 og en anden Del σ_1 af Overfladen ved Spændingen P_1, og holdes tillige disse to Flader ved den samme konstante Temperatur T_0, medens den øvrige Del af Overfladen er omgiven af fuldkommen slette Varme- og Elektricitetsledere, saa vil der tilsidst fremkomme en permanent Bevægelse af Elektricitet og Varme, hvorved Elektriciteten vil udvikle den samme Varmemængde, som der afledes gjennem Fladerne σ_0 og σ_1.

Sættes

$$P^2 + T^2 + AP + B = \Phi, \tag{13}$$

idet A og B ere to vilkaarlige Konstanter, vil man ved de givne Ligninger (12) og (8) erholde

$$\frac{d}{dx} \varkappa \frac{d\Phi}{dx} + \frac{d}{dy} \varkappa \frac{d\Phi}{dy} + \frac{d}{dz} \varkappa \frac{d\Phi}{dz} = 0. \tag{14}$$

De to Konstanter A og B bestemmes dernæst saaledes, at man for begge Fladerne σ_0 og σ_1 erholder $\Phi = 0$, idet man sætter

$$P_0{}^2 + T_0{}^2 + AP_0 + B = 0$$
$$P_1{}^2 + T_0{}^2 + AP_1 + B = 0.$$

Med de heraf følgende Værdier for A og B, nemlig

$$A = -(P_0 + P_1) \text{ og } B = P_0\, P_1 - T_0{}^2, \tag{15}$$

vil man for alle Punkter i Legemet have

$$\Phi = 0, \tag{16}$$

idet herved saavel Differentialligningen (14) som Grændsebetingelserne i Fladerne σ_0 og σ_1 ere tilfredsstillede, medens Grændsebetingelserne for den øvrige Del af Legemets Overflade, hvor $\varkappa$ er 0, tilfredsstilles ved en hvilkensomhelst, altsaa ogsaa ved den her antagne Værdi af Φ. Af Ligningerne (13), (15) og (16) følger

$$T^2 - T_0{}^2 = (P_0 - P)\,(P - P_1). \tag{17}$$

Naar man altsaa i længere Tid leder en konstant elektrisk Strøm igjennem en paa en hvilkensomhelst Maade formet Leder, som er omgivet af yderst slette Varmeledere, og holder man Temperaturen i begge Tilledningsfladerne ens og konstant, saa vil Temperaturen i ethvert Punkt af Ledningen kunne beregnes af de to elektriske Spændingsforskjel for det betragtede Punkt og de to Tilledningsflader. Omvendt vil det fundne Resultat kunne tjene til en experimental Bestemmelse af Centigraden i absolute Enheder.

Den Temperaturforøgelse, som skyldes den elektriske Strøm, er $T - T_0$. Nu er

$$T^2 - T_0{}^2 > (T - T_0)^2,$$

og altsaa ifølge den sidste Ligning

$$(T - T_0)^2 < (P_0 - P)(P - P_1).$$

Da højre Side har sin største Værdi for $2P = P_0 + P_1$, saa er, naar P_0 antages større end P_1, ogsaa

$$T - T_0 < \frac{P_0 - P_1}{2}. \qquad (18)$$

Heraf sees, at den højeste Temperaturforøgelse, som kan fremkomme i noget Punkt af Ledningen, altid er numerisk mindre end den halve Differens af de elektriske Spændinger i de to Tilledningsflader. Den vilde netop blive lig med denne halve Differens, hvis man kunde afkøle Tilledningsfladerne til det absolute Nulpunkt, nemlig for $T_0 = 0$. Saaledes staae altsaa elektrisk Spændingsforskjel og den højeste Temperaturforøgelse, som man ved den kan opnaae, i den nøjeste Forbindelse med hinanden.

Det er derfor heller ikke uden Interesse at beregne den elektriske Spændingsforskjel for Exempel i et galvanisk Elements Poler, Elementets «elektromotoriske Kraft», i Centigrader, saaledes at der herved udtrykkes den højeste Varmegrad, denne Spændingsforskjel kan frembringe. Den elektromotoriske Kraft af et Daniells Element er omtrent $12 \cdot 10^{10}$ absolute Enheder, Polernes halve Spændingsforskjel eller, som man kunde udtrykke det, Elementets «positive Spænding» (den negative antaget lige saa stor) er følgelig $6 \cdot 10^{10}$ absolute Enheder eller (idet 1 C° er lig $216 \cdot 10^5$) 2780 C°. Dette vilde altsaa være den største Temperaturforøgelse, som Elementet ved en konstant Strøm kunde frembringe i en Ledning, naar Elementet selv holdtes ved en konstant Temperatur. I Virkeligheden vilde denne Temperaturforøgelse dog kun kunne finde Sted, hvis man kunde afkøle Elementet eller dets Poler til det absolute Nulpunkt; antages derimod for disse en Temperatur af 20 C° over Vandets Frysepunkt, vil man af Ligning (17) finde 2502 C° som den højeste Temperaturforøgelse.

I et af Bunsen*) undersøgt thermoelektrisk Kobberkies-Kobber Element var den elektromotoriske Kraft omtrent lig $^1/_{10}$ Daniells Element, og den «positive Spænding» altsaa omtrent lig 278 C°, naar det ene Lodningssted var opvarmet til Tinnets Smeltepunkt og det andet til omtrent 60 C° over Vandets Frysepunkt. I Virkeligheden vilde den højeste Temperaturforøgelse, beregnet ligesom ovenfor, være omtrent 111 C°.

Man maa imidlertid ikke heraf slutte, at for Exempel det sidstnævnte Element ikke skulde kunne give en Gnist og altsaa en langt stærkere Opvarming ved Ledningens Afbrydelse; jeg er tvertimod overbevist om, at dette er muligt. For at vise, hvor overordentlig let de elektriske Gnister fremkomme ved en Strømafbrydelse, skal jeg anføre følgende Forsøg. En elektrisk Strøm, hvis Strømstyrke i absolut Maal var 20, blev ledet igjennem en 1^{mm} tyk Kobbertraad. Denne var forbunden med en skarp Staalæg, hvormed et andet Sted af Traaden blev skrabet ved hurtige Strøg. Der viste sig da i fuldstændig Mørke endnu en Lysning imellem Staalæggen og Kobbertraaden, naar Afstanden imellem de to Punkter af Kobbertraaden, som ved Staalæggen sattes i ledende Forbindeise med hinanden, kun var 400^{mm}. Denne Lethed, hvormed en Gnist fremkommer ved Strømmens Afbrydelse, viser imidlertid kun, at Induktionen her spiller en væsentlig Rolle.

*) Pogg. Ann. B. 123, S. 505.